

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Артинский муниципальный округ

Муниципальное автономное образовательное учреждение "Артинская

средняя общеобразовательная школа №6 имени Героя Советского

Союза Виктора Анатольевича Шутова"

УТВЕРЖДЕНО

Директор

Голых О.А.

Приказ №144-од
от «16» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 8658947)

учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»

для обучающихся 10-11 классов

Арти 2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и

знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

11 КЛАСС

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение;

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин; свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений; свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями;

приводить примеры задач, приводящих к показательному распределению, задач, приводящих к нормальному распределению. Оперировать понятиями: функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения, функция плотности и свойства нормального распределения; определять коэффициент линейной корреляции, выборочный коэффициент корреляции.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Элементы теории графов	3			
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3			
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5			
4	Элементы комбинаторики	4	1		
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5			
6	Случайные величины и распределения	14	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Закон больших чисел	5			
2	Элементы математической статистики	6			
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4			
4	Распределение Пуассона	2			
5	Связь между случайными величинами	6			
6	Обобщение и систематизация знаний	11	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа	1			
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	1			
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	1			
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	1			
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	1			
6	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	1			
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей	1			
8	Условная вероятность. Умножение	1			

	вероятностей. Формула условной вероятности				
9	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1			
10	Формула полной вероятности	1			
11	Формула Байеса. Независимые события	1			
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал	1			
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	1			
14	Формула бинома Ньютона	1			
15	Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторика"	1	1		
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1			
17	Серия независимых испытаний до первого успеха	1			
18	Серия независимых испытаний Бернулли	1			
19	Случайный выбор из конечной совокупности	1			
20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1			

22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	1			
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	1			
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин	1			
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	1			
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1			
27	Дисперсия и стандартное отклонение	1			
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	1			
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин	1			
30	Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
31	Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения. . Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			

32	Обобщение и систематизация знаний	1			
33	Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения"	1	1		
34	Обобщение и систематизация знаний	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1			
4	Выборочный метод исследований	1			
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1			
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1			

8	Оценивание вероятностей событий по выборке	1			
9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1			
10	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1			
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности	1			
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1			
14	Функция плотности вероятности показательного распределения	1			
15	Функция плотности вероятности нормального распределения	1			
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона	1			
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1			
19	Совместные наблюдения двух величин	1			
20	Выборочный коэффициент корреляции	1			

21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	1			
22	Линейная регрессия	1			
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1			
24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1			
25	Опыты с равновероятными элементарными событиями	1			
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул	1			
27	Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера	1			
28	Случайные величины и распределения	1			
29	Математическое ожидание случайной величины	1			
30	Математическое ожидание случайной величины	1			
31	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"	1	1		
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			
33	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1			

34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0	

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

10 КЛАСС

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Читать и строить таблицы и диаграммы
6.2	Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных
6.3	Оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах
6.4	Находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач
6.5	Оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события; находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта
6.6	Применять комбинаторное правило умножения при решении задач
6.7	Оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли
6.8	Оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения

11 КЛАСС

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм
5.2	Оперировать понятием математического ожидания, приводить

	<p>примеры того, как применяется математическое ожидание случайной величины, находить математическое ожидание по данному распределению</p>
5.3	Иметь представление о законе больших чисел
5.4	Иметь представление о нормальном распределении

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ

10 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов
6.2	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями
6.3	Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей
6.4	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события
6.5	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона
6.6	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли
6.7	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное

11 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений
5.2	Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований
5.3	Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности

	распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении
--	---

ПРОВЕРЯЕМЫЕ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	<p>Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач</p>
2	<p>Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая</p>

	<p>прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряжённые комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя</p>
3	<p>Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни</p>
4	<p>Умение оперировать понятиями: функция, чётность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определённый интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объёмы фигур с помощью</p>

	интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений
5	Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7	Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии
8	Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять

	<p>вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат</p>
9	<p>Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трёхгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи</p>
10	<p>Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развёртка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость,</p>

	<p>касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения</p>
11	<p>Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объём) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в том числе: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объёмов подобных фигур</p>
12	<p>Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов</p>
13	<p>Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки</p>

ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ, ПРОВЕРЯЕМЫХ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
1.3	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.4	Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
1.6	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
1.7	Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.8	Преобразование выражений
1.9	Комплексные числа
2	Уравнения и неравенства
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения
2.2	Иррациональные уравнения
2.3	Тригонометрические уравнения
2.4	Показательные и логарифмические уравнения
2.5	Целые и дробно-рациональные неравенства
2.6	Иррациональные неравенства
2.7	Показательные и логарифмические неравенства
2.8	Тригонометрические неравенства
2.9	Системы и совокупности уравнений и неравенств
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами
2.11	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы
3	Функции и графики

3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Чётные и нечётные функции. Периодические функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени
3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.5	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.6	Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
3.7	Последовательности, способы задания последовательностей
3.8	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов
4	Начала математического анализа
4.1	Производная функции. Производные элементарных функций
4.2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.3	Первообразная. Интеграл
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна
5.2	Логика
6	Вероятность и статистика
6.1	Описательная статистика
6.2	Вероятность
6.3	Комбинаторика
7	Геометрия
7.1	Фигуры на плоскости
7.2	Прямые и плоскости в пространстве
7.3	Многогранники
7.4	Тела и поверхности вращения
7.5	Координаты и векторы

Оценочные материалы
по учебному предмету
«Вероятность и статистика»
для обучающихся 10-11 классов

Диагностическая работа

1. Структура работы

Работа содержит 12 заданий. Во всех заданиях необходимо записать только ответ.

Задания 1-7 имеют базовый уровень сложности, задания 8-10 - повышенный уровень сложности, задания 11 и 12 - высокий уровень сложности.

2. Распределение заданий проверочной работы по уровню сложности

Распределение заданий по уровню сложности приведено в табл. 1.

Таблица 1

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу
Базовый	7	7	58
Повышенный	3	3	25
Высокий	2	2	17
Итого	12	12	100

3. Условия проведения работы

На выполнение работы дается 90 минут. При выполнении работы разрешается использовать электронные вычислительные средства (например, калькулятор).

4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и проверочной работы в целом

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик дал верный ответ.

Таблица 2

Возможная шкала перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0-3	4-6	7-9	10-12

Диагностическая работа 10 класс.

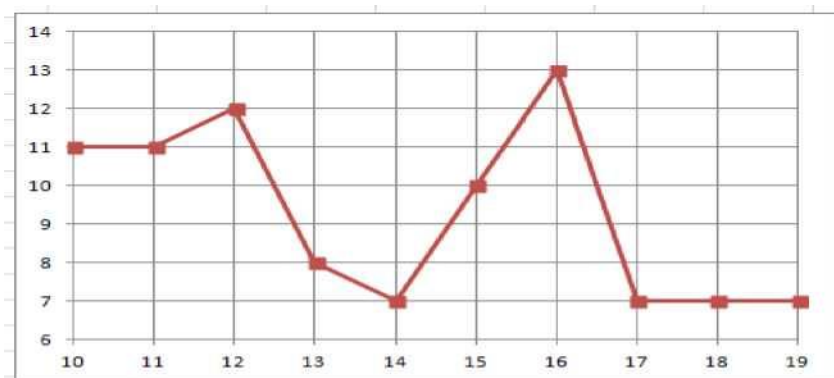
В таблице показаны данные о сельскохозяйственных угодьях в нескольких регионах Северо-Западного федерального округа. Пользуясь данными таблицы, выполните задания 1 и 2.

Сельскохозяйственные угодья, тыс. га	2 005 г.	2 010 г.	2 015 г.	2 020 г.
Архангельская область	7 54,8	7 53,8	7 53,2	7 52,9
Вологодская область	1 450,3	1 449,7	1 448,5	1 448,4
Ленинградская область	7 98,4	7 98,8	7 98,6	7 98,5
Мурманская область	2 7,1	2 7,2	2 7,2	2 5,6
Республика Карелия	2 11,9	2 13,1	2 12,9	2 12,9

1. Вычислите среднюю площадь сельскохозяйственных угодий в этих регионах по состоянию на 2010 г. Отметьте регионы, площадь сельскохозяйственных угодий в которых меньше среднего.

2. Найдите медиану площадей сельскохозяйственных угодий в этих регионах в 2020 г. и медианного представителя - регион, в котором площадь сельскохозяйственных угодий наиболее близка к медиане или совпадает с ней.

3. На диаграмме показана средняя дневная температура в г. Костроме в октябре 2022 г. По горизонтальной оси отмечены даты, а по вертикальной - температура в градусах Цельсия.



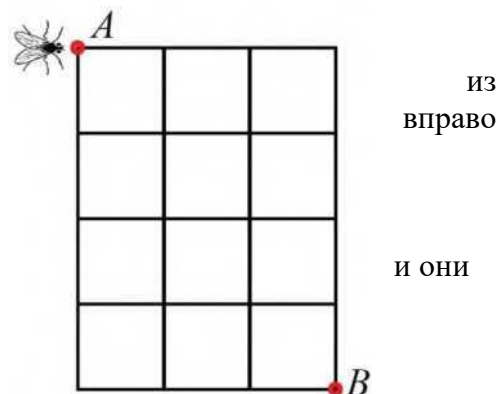
4.

Какие из четырёх следующих утверждений верны?

- 1) В период с 10 по 19 октября 2022 г. температура воздуха Костроме не поднимались выше +11° с .
- 2) В период с 10 по 19 октября 2022 г. средняя дневная температура в Костроме впервые опустилась до +7° с 14 октября.
- 3) Размах температуры воздуха в Костроме в период с 10 по 19 октября 2022 г. был не меньше чем 6° с .
- 4) В период с 13 по 16 октября 2022 г. средняя дневная температура в Костроме с каждым днем была все выше.

5. Правильную монету бросают три раза. Какова вероятность того, что выпадет ровно два орла?
6. На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 7 с творогом, 5 с повидлом и 4 с яблоками. Какова вероятность того, что случайно выбранный пирожок окажется с яблоками?
7. Настя приходит на железнодорожную станцию и ждёт ближайшую электричку, идущую в нужную сторону. Рассмотрим три случайных события:
 A «Насте осталось ждать больше, чем 2 минуты»;
 B «Насте осталось ждать больше, чем 10 минут»;
 C «Насте осталось ждать больше, чем 5 минут».
- Расположите эти события в порядке возрастания их вероятностей.
8. Про события C и \bar{C} известно, что $P(C) = 0,72$, $P(L) = 0,57$ и $P(C \text{ и } L) = 0,91$. Найдите $P(C \text{ п } L)$.

8. Муха ползёт по линиям квадратной решётки 3×4 точки A в точку B (см. рисунок). Она движается только либо вниз, либо вправо. Сколько у мухи есть различных путей?



9. В лотке под классной доской лежит 15 маркеров: 8 зелёных и 7 синих. Учитель вызывает к доске двух учеников, выбирают себе по одному случайному маркеру. Какова вероятность того, что среди них будет хотя бы один зелёный?
10. Дан равносторонний треугольник. В нём выбирают случайную точку. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри окружности, вписанной в этот треугольник? Результат округлите до тысячных.
11. Известно, что в графе 8 вершин и 10 рёбер. Какое наименьшее количество циклов может быть в этом графе?

12. Дано распределение случайной величины X :

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 0,21 & 0,16 & x & 0,16 & 0,21 \end{pmatrix}$$

Найдите математическое ожидание $E X$.

Ответы:

1	Мурманская обл., респ. Карелия
2	752,9; Архангельская обл.
3	2 и 3
4	0,375
5	0,25
6	$B \bar{C} A$
7	0,38
8	35
9	0,8
10	0,605
11	3
12	5

Итоговая контрольная работа 11 класс.

Итоговая контрольная работа по теории вероятностей и статистике позволяет оценить качество общеобразовательной подготовки обучающихся 11 классов в соответствии с требованиями ФГОС.

Структура работы

Работа содержит 13 заданий. Во всех заданиях необходимо записать только ответ.

Задания 1-6 имеют базовый уровень сложности, задания 7-12 - повышенный уровень сложности, задание 13 - высокий уровень сложности.

Распределение заданий работы по уровню сложности

Распределение заданий по уровню сложности приведено в табл. 1.

Таблица 1

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу
Базовый	6	6	46
Повышенный	6	6	46
Высокий	1	1	8
Итого	13	13	100

Условия проведения работы

На выполнение работы дается 90 минут. При выполнении работы разрешается использовать электронные вычислительные средства (например, калькулятор).

Система оценивания выполнения отдельных заданий и проверочной работы в целом

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик дал верный ответ.

Таблица 2

Возможная шкала перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0-4	5-7	8-10	11-13

Итоговая контрольная работа 11 класс.

В таблице показаны данные о численности населения в нескольких регионах Приволжского федерального округа к концу 2020 г. Пользуясь данными таблицы, выполните задания 1 - 3.

Регион	Численность населения, тыс. чел.	Численность работающего населения, тыс. чел.	Доля работающего населения, %
Оренбургская область	1 863,0	832,3	45
Пензенская область	1 266,0	555,9	
Самарская область	3 173,0	1 597,4	50
Саратовская область	2 443,0	1 009,4	41
Ульяновская область	1 197,0	539,8	45

1. Найдите долю работающего населения в Пензенской области. Ответ дайте в процентах с округлением до целых.
2. В каком регионе доля работающего населения наименьшая?
3. Найдите медианного представителя величины «численность работающего населения» - регион, в котором среднегодовая численность занятых граждан равна медиане этой величины или наиболее близка к ней
4. В чемпионате по гимнастике выступают 40 спортсменов, из них 6 - из России. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что третьей по счёту будет выступать гимнастка из России?
5. В сборнике билетов по математике всего 80 билетов, в 22 из них встречается тема «Преобразования выражений». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не встретится вопрос по теме «Преобразование выражений».
6. Игральную кость бросили два раза. Известно, что сумма выпавших очков оказалась нечётной. При этом условии найдите вероятность того, что сумма выпавших очков больше чем 8.
7. В классе 21 человек, среди них две подруги Аня и Катя. Класс случайным образом делят на три группы по семь человек в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Катя окажутся в разных группах.
8. Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^{\circ}\text{C}$, равна 0,84. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^{\circ}\text{C}$, равна 0,61. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^{\circ}\text{C}$ до $+21^{\circ}\text{C}$.
9. Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

10. Проводится серия из 10 испытаний Бернулли. Вероятность успеха в каждом отдельном испытании равна 0,4. Во сколько раз вероятность события «случится ровно 4 успеха» больше вероятности события «случится ровно 5 успехов»?

11. Игральный кубик бросают до тех пор, пока шестерка не выпадет два раза, не обязательно подряд. Найдите математическое ожидание случайной величины «число сделанных бросков».

12. С помощью выборочного исследования изучают цены на смартфон определенной модели. По данным из шести независимых салонов связи и интернет-магазинов получена следующая выборка значений:

17 500 17 599 17 099 16 999 18 000 и 17 499 руб.

Сделайте оценку стандартного отклонения цен на эту модель смартфона на основе несмещенной оценки дисперсии. Результат округлите до целого числа рублей.

13. Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Последнюю, восьмую мишень стрелок сбил одиннадцатым выстрелом. Какова вероятность того, что первыми пятью выстрелами стрелок сбил хотя бы четыре мишени?

Ответы

1	44 или 44 %
2	Саратовская обл.
3	Оренбургская обл.
4	0,15
5	0,725
6	1 3
7	0,7
8	0,45
9	0,488
10	1,25
11	12
12	362
13	0,5

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 143507986500560089701835989304833372774460075000

Владелец Голых Ольга Александровна

Действителен с 28.03.2025 по 28.03.2026